التحضير الجيد لبكالوريا 2022

كل ما يحتاجه تلميذ البكالوريا في الدوال العددية

1) تذكير: إشارة ثنائي الحد $(ax+b)$ حيث $a \neq 0$

$ax+b=0$ أي: $ax=-b$ أي: $x=\dfrac{-b}{a}$

x	$-\infty$		$\dfrac{-b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		مخالف لإشارة a	0	موافق لإشارة a	

2) حلول معادلة من الدرجة الثانية

$ax^2+bx+c=0$ حيث $(a \neq 0)$، نحسب المميز $\Delta = b^2-4ac$

إذا كان	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ في $\mathbb{R}$	لا تقبل حل	حل مضاعف $x_0=\dfrac{-b}{2a}$	حلين هما: $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
تحليل ax^2+bx+c	لا تقبل تحليل	$a(x-x_0)^2$	$a(x-x_1)(x-x_2)$

إشارة ax^2+bx+c حيث $(a \neq 0)$

إذا كان	فإن الإشارة كمايلي
$\Delta < 0$	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ ... $+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td>موافق لإشارة a</td></tr></table>
$\Delta = 0$	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td>موافق لإشارة a</td><td>0</td><td>موافق لإشارة a</td></tr></table>
$\Delta > 0$	$x_1 < x_2$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td>موافق لإشارة a</td><td>0</td><td>مخالف لإشارة a</td><td>0</td><td>موافق لإشارة a</td></tr></table>

3) النهايات

$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x}=0^-$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x}=0^+$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}=+\infty$ ، $\dfrac{a}{\infty}=0$

كذلك يجب معرفة :

$a \times (+\infty) = +\infty$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما ، $a \times (-\infty) = -\infty$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

$a \times (+\infty) = -\infty$ حيث a عدد حقيقي سالب تماما ، $a \times (-\infty) = +\infty$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

❖ نهاية كثير الحدود لما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ تساوي نهاية الحد ذو الأعلى درجة .

❖ نهاية كسر ناطق لما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ تساوي نهاية نسبة أعلى درجة في البسط على أعلى درجة في المقام .

❖ أخيرا لحساب النهاية في القيم الممنوعة يجب معرفة قيمة البسط بعد التعويض بالقيمة الممنوعة هل هو عدد موجب تماما او سالب تماما وكذلك معرفة المقام هل هو صفر موجب أو صفر سالب و نطبق مايلي :

a عدد حقيقي سالب تماما		a عدد حقيقي موجب تماما	
$\frac{a}{0^-} = +\infty$	$\frac{a}{0^+} = -\infty$	$\frac{a}{0^-} = -\infty$	$\frac{a}{0^+} = +\infty$

أثناء حساب النهايات يمكن الوقوع في حالة عدم التعيين " $+\infty - \infty$ ، $\frac{\infty}{\infty}$ ، $0 \times \infty$ ، $\frac{0}{0}$ " و لا توجد قاعدة عامة لإزالة حالة عدم التعيين ، فهناك عدة طرق مثل :

✓ الضرب في المرافق و القسمة عليه . ✓ إستخراج العامل المشترك . ✓ استعمال العدد المشتق .

✓ استعمال التحليل . ✓ إستعمال الحصر . ✓استعمال المقارنة

4) المستقيمات المقاربة

النهاية	التفسير الهندسي
$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$	المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = a$
$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$	المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = b$
$\lim_{x \to \infty} \left[f(x) - (ax+b) \right] = 0$	المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = ax + b$

ملاحظة : إذا كانت الدّالة f تكتب من الشكل : $f(x) = ax + b + g(x)$ و كانت $\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$ فإن المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار ∞ .

5) الإشتقاق

الدالة	مجالات قابلية الإشتقاق	الدالة المشتقة
$x \to a \ / a \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \to 0$
$x \to ax + b$	$\mathbb{R}$	$x \to a$
$x \to x^n \ / \ n \in \mathbb{N}$	$\mathbb{R}$	$x \to n.x^{n-1}$
$x \to \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$x \to -\frac{1}{x^2}$
$x \to \frac{1}{x^n} \ / \ (n \in \mathbb{N})$	$\mathbb{R}^*$	$x \to -\frac{n}{x^{n+1}}$

$x \to \sqrt{x}$	$]0;+\infty[$	$x \to \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \to \sin x$	$\mathbb{R}$	$x \to \cos x$
$x \to \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \to -\sin x$
$U+V$		$U'+V'$
$\lambda.U \ / \ (\lambda \in \mathbb{R})$		$\lambda.U'$
$U.V$		$U'V+UV'$
$\dfrac{1}{U}$		$-\dfrac{U'}{U^2}$
$\dfrac{U}{V}$		$\dfrac{U'V-UV'}{V^2}$
$x \to u(ax+b)$ حيث $a \neq 0$		$x \to au'(ax+b)$

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \times g'\left[f(x)\right] \quad ، \quad \left(\sqrt{f}\right)' = \frac{f'}{2\sqrt{f}} \quad ، \quad (f^n)' = nf'f^{n-1}$$

6) الوضع النسبي بين المنحنى و المستقيم المقارب المائل

لدراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x)-(ax+b)$ و نميز الحالات التالية :

إشارة الفرق	الوضع النسبي
$f(x)-(ax+b)<0$	(C_f) تحت (Δ)
$f(x)-(ax+b)>0$	(C_f) فوق (Δ)
$f(x)-(ax+b)=0$	(C_f) يقطع (Δ)

7) تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل : نحل المعادلة $f(x)=0$

8) تقاطع المنحنى (C_f) مع محور التراتيب: يعني حساب $f(0)$

9) مركز التناظر

$w(\alpha;\beta)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) يعني :

$f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$ مع $x \in D_f$ و $(2\alpha-x) \in D_f$

أو بالقانون $f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$ مع $x \in D_f$ ، $(\alpha-x) \in D_f$ و $(\alpha+x) \in D_f$

✓ المسألة العكسية : يطلب منا مثلا إثبات أن : $f(-6-x)+f(x)=4$

لتفسيرها هندسيا نقوم بالمطابقة : $\begin{cases}2\alpha=-6\\2\beta=4\end{cases}$ أي $\begin{cases}\alpha=-3\\\beta=2\end{cases}$ و منه نقول أن النقطة $A(-3;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

10) محور تناظر :

المستقيم $(D): x=\alpha$ محور تناظر للمنحنى (C_f) يعني :

$f(2\alpha-x)=f(x)$ مع $x\in D_f$ و $(2\alpha-x)\in D_f$

أو بالقانون : $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$ مع $x\in D_f$ ، $(\alpha-x)\in D_f$ و $(\alpha+x)\in D_f$

✓ المسألة العكسية يطلب منا مثلا إثبات أن : $f(-8-x)=f(x)$

لتفسيرها هندسيا نقوم بالمطابقة : أي $2\alpha=-8$ و منه $\alpha=-4$

و منه نقول أن المستقيم ذو المعادلة $x=-4$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

11) الدّالة الزوجية و الدّالة الفردية

مجال مجموعة التعريف متناظر بالنسبة للصفر أي $x\in D_f$ فإن $(-x)\in D_f$

الدّالة الزوجية تحقق $f(-x)=f(x)$ و تمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب.

الدّالة الفردية تحقق $f(-x)=-f(x)$ و تمثيلها البياني متناظر بالنسبة للمبدأ .

12) نقطة الإنعطاف

نقول أن (C_f) يقبل النقطة $A(x_0;f(x_0))$ كنقطة إنعطاف إذا تحقق أحد الشروط التالية :

أ) المشتق الثاني $f''(x)$ ينعدم عند x_0 و يغير إشارته عندها .

ب) المشتق الأول $f'(x)$ ينعدم عند x_0 و لا يغير إشارته عندها .

ج) المماس عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ يخترق المنحنى (C_f) .

13) مبرهنة القيم المتوسطة (الحالة الخاصة)

إذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماما على المجال $[a;b]$

و كان $f(a)\times f(b)<0$ فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $f(\alpha)=0$ حيث : $\alpha\in]a;b[$

مبرهنة القيم المتوسطة (الحالة العامة)

إذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماما على المجال $[a;b]$ و كان k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيد α يحقق $f(\alpha)=k$ حيث : $\alpha\in]a;b[$

14) العدد المشتق و تفسيره الهندسي

	النهاية	قابلية الاشتقاق	التفسير الهندسي
1	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l\neq 0$	f قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ معامل توجيهه l
2	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$	f قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ موازيا لحامل محور الفواصل (أفقي)

3	$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$	f غير قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ موازيا لحامل محور التراتيب (عمودي) معادلته $x = x_0$
4	$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l_1$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l_2$ و $l_1 \neq l_2$	f قابلة للإشتقاق على يمين و على يسار x_0. لكن غير قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل نصفي مماسين عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ و تسمى النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نقطة زاوية.
5	$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$ بحيث النهايتين معا $+\infty$ أو $-\infty$	f غير قابلة للإشتقاق على يمين و على يسار x_0 و غير قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ موازيا لحامل محور التراتيب (عمودي) معادلته $x = x_0$ و تسمى النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f)
6	$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$ بحيث إحدى النهايتين $-\infty$ و الأخرى $+\infty$	f غير قابلة للإشتقاق على يمين و على يسار x_0 و غير قابلة للإشتقاق عند x_0	(C_f) يقبل نصفي مماسين عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ موازيين لحامل محور التراتيب (عموديان) معادلتيهما $x = x_0$ و تسمى النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نقطة رجوع للمنحنى (C_f)

ملاحظة: صيغة أخرى لقانون قابلية الإشتقاق : $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

15) المماس (السؤال و طريقة الإجابة عليه)

	السؤال	كيفية البحث عن الفاصلة x بكتابة معادلة المماس
1	أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0	نكتب القانون : $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نعوض x بقيمتها المعطاة
2	أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيبة y_0	نحل المعادلة $f(x_0) = y_0$ و عند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)

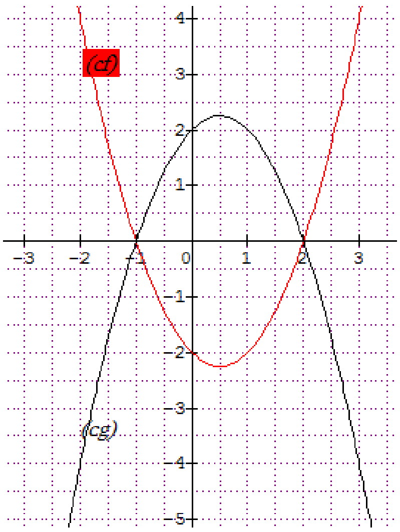
3	بيّن أنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) ميله أو (معامل توجيهه) يساوي a	نحل المعادلة $f'(x_0) = a$ و عند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
4	بيّن أنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$	نحل المعادلة $f'(x_0) = a$ و عند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
5	بيّن أنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) يعامد المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$	نحل المعادلة $f'(x_0) = \dfrac{-1}{a}$ و عند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
6	بيّن أنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة $M(\alpha;\beta)$	نحل المعادلة : $\beta = f'(x_0)(\alpha - x_0) + f(x_0)$ عند إيجاد x_0 نطبقالقانون كما في (1) .

إستنتاج منحنى من منحن بياني لخر

الحالة الاولى $g(x) = -f(x)$

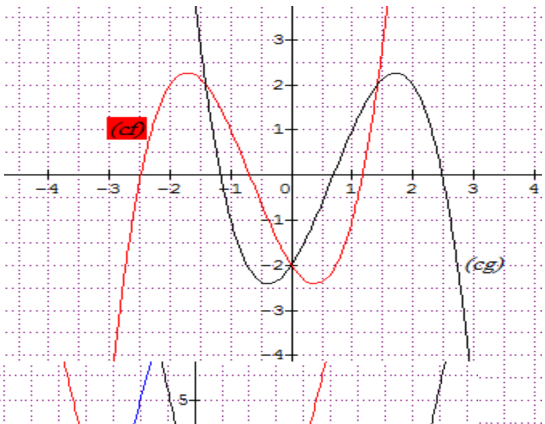
(C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

مثال:



الحالة الثانية $g(x) = f(-x)$

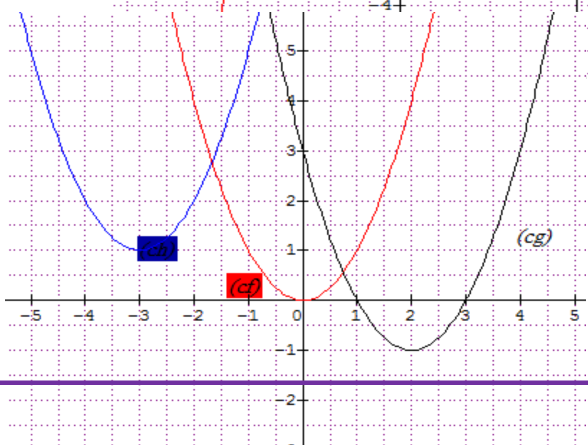
(C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب



الحالة الثالثة $g(x) = f(x+a) + b$

(C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix}$

مثال: $f(x) = x^2$ ،



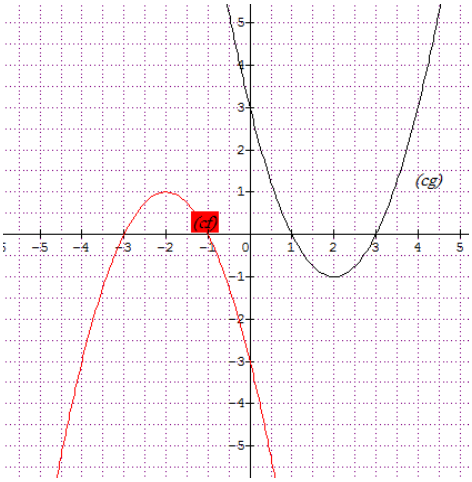
$h(x)=(x+3)^2+1$ ، $g(x)=(x-2)^2-1$

❖ (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$. ❖ (C_h) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

الحالة الرابعة $g(x)=-f(-x)$

(C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة للمبدأ

مثال:

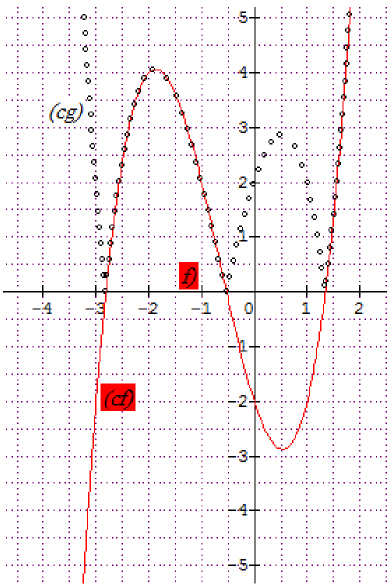


الحالة الخامسة $g(x)=\left|f(x)\right|$

✓ (C_g) ينطبق على (C_f) لما $f(x)\geq 0$ أي" (C_f) يقع فوق محور الفواصل "

✓ (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\leq 0$ أي" (C_f) يقع تحت محور الفواصل "

مثال:

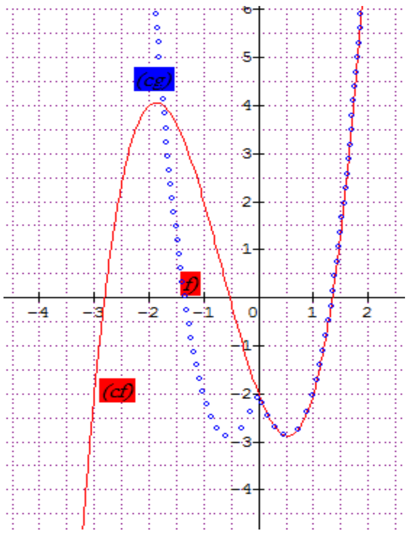


الحالة السادسة $g(x)=f(\left|x\right|)$

عادة ما يطلب إثبات أن الدّالة g دالة زوجية

لما $x\geq 0$ أي في المجال الموجب يكون: (C_g) منطبق على (C_f)

لما $x\leq 0$ أي في المجال السالب يكون: (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب



التمرين الأول - باك علوم تجريبية 2014 -

❖ لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

❖ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ ، حيث f' مشتقة

ب) استنتج اشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(نأخذ $f(\alpha)\approx-0.1$)

4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$

و (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$

ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه : ثم أنشئ (C_h)

التمرين الثاني - باك تقني رياضي 2017

✓ نعتبر الدّالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3+6x+12$

1) أدرس اتجاه تعير الدّالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha\in\left]-1,48;-1,47\right[$

ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

✓✓ نعتبر الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$

1)أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$

ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أن المتستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى C_f

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى و المستقيم (Δ) .

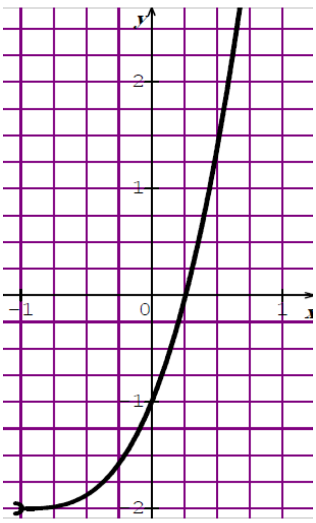
3) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$.

4) أرسم المنحنى (C_f) و (Δ)

التمرين الثالث

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$$



1) أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدّالة g و حدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\dfrac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$

أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$.

ب) عيّن دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا .

ج)أحسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ و فسر النتيجتين بيانيا .

د) شكل جدول تغيرات الدّالة f .

3) نأخذ $\alpha\approx 0,26$ أ) عيّن مدور $f(\alpha)$ الى 10^{-2} .

ب) أرسم (Γ)

التمرين الرابع

الجزء الأول

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x-3$

1)أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدّالة g على $\mathbb{R}$.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال: $\left[2;\frac{9}{4}\right]$ ، ثم أعط حصرا للعدد α بتقريب 10^{-2} . عين إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \quad -1;1$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}+1$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدّالة f بجوار مجموعة تعريفها .ماذا تستنتج

2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \quad -1;1$: $f'(x)=\dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$.

3) أدرس إتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بيّن أن $f(\alpha)=3\alpha+1$ ثم عين حصر للعدد $f(\alpha)$.

5) برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ثم أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

6) جد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم المقارب (Δ)

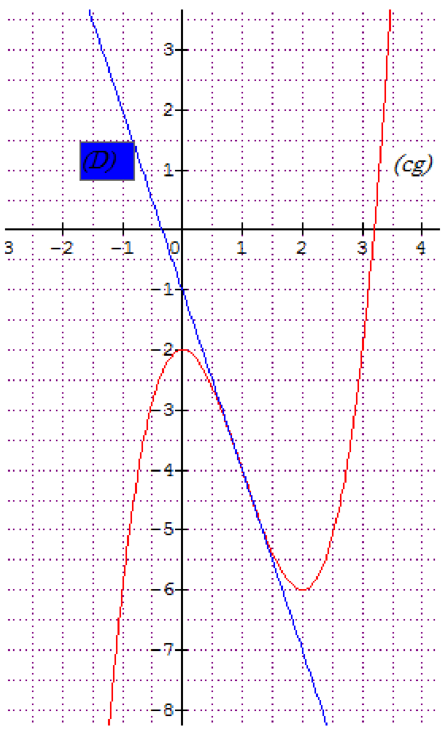
7) أرسم (C_f) و المستقيمات المقاربة .

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين الخامس

الجزء الأول

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=x^3-3x^2-2$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



المستقيم (D) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1

بقراءة بيانية : 1) عيّن $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ ، $g''(1)$

2) شكل جدول تغيرات الدّالة g .

3) حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right[$ بحيث : $g(\alpha)=0$. ثم تحقق أن $3{,}1<\alpha<3{,}2$

4) إستنتج إشارة الدّالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني

f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R} - \quad 1$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+1}{(x-1)^2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$. ماذا تستنتج ؟

3) بيّن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$

استنتج إتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أحسب $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

6) عيّن دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

7) بيّن أن $f(\alpha) = 3 + \dfrac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ثم أعط حصر لـ $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2} .

8) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\dfrac{1}{3}$.

9) جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

10) أرسم (C_f) ، (Δ) و (T) .

11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$

الجزء الثالث

h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $h(x) = \left|f(x)\right|$ و (C_h) تمثيلها البياني

1) أكتب h دون رمز القيمة المطلقة .

2) بيّن كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .